UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID

PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO

Curso **2010-2011**

MODELO

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

INSTRUCCIONES: El alumno deberá elegir una de las dos opciones A o B que figuran en el presente examen y contestar razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

TIEMPO: Una hora y treinta minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Un estudiante ha gastado un total de 48 euros en la compra de una mochila, un bolígrafo y un libro. Si el precio de la mochila se redujera a la sexta parte, el del bolígrafo a la tercera parte y el del libro a la séptima parte de sus respectivos precios iniciales, el estudiante pagaría un total de 8 euros por ellos. Calcular el precio de la mochila, del bolígrafo y del libro, sabiendo que la mochila cuesta lo mismo que el total del bolígrafo y el libro.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx - 6.$$

a) Calcúlense a, b para que la función f tenga un máximo relativo en $x = 1$ y un mínimo relativo en $x = 2$.
b) Para $a = b = 0$, calcúlese el área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de f y la recta de ecuación $y = 8x - 6$.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que la probabilidad de que ambos ocurran simultáneamente es igual a $\frac{1}{6}$ y la probabilidad de que no ocurra ninguno de los dos es igual a $\frac{7}{12}$. Se sabe además que $P(A|B) = \frac{1}{2}$.
a) Calcúlese la probabilidad de que ocurra A ó B.
b) Calcúlese la probabilidad de que ocurra A.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Se supone que el nivel de glucosa en sangre de los individuos de una población (medido en miligramos por decilitro) se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ desconocida y desviación típica igual a 35 mg/dl. ¿Cuál es el tamaño muestral mínimo que permite garantizar que el valor absoluto de la diferencia entre la media muestral y μ es menor que 20 mg/dl con una probabilidad mayor o igual que 0,98?

OPCIÓN B

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Se consideran las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ -1 & a & 0 \\ 0 & -6 & -1 \end{pmatrix} \quad ; \quad B = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

a) Calcúlense los valores de a para los cuales la matriz A no tiene inversa.
b) Para $a = 2$, calcúlese la matriz inversa A^{-1}.
c) Para $a = 2$ calcúlese, si existe, la matriz X que satisface $AX = B$.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)
Una empresa produce cable de fibra óptica, que vende a un precio de x euros por metro. Se estima que la venta diaria de cable (en miles de metros) se expresa en términos del precio mediante la función:

$$D(x) = \frac{6}{x^2+1}.$$

a) Obténgase la función $I(x)$ que determina los ingresos diarios de la empresa en función del precio x.
b) Calcúlese el precio x que ha de fijarse para que el ingreso diario sea máximo y calcúlese dicho ingreso máximo.
c) Determínense las asíntotas de $I(x)$ y esbócese la gráfica de la función $I(x)$.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)
En una cierta población, la probabilidad de que un habitante elegido al azar siga una dieta de adelgazamiento es igual a 0,2. Entre los habitantes que siguen dieta de adelgazamiento, la probabilidad de que uno de ellos elegido al azar practique deporte regularmente es igual a 0,6. Entre los habitantes que no siguen dieta de adelgazamiento, la probabilidad de que uno de ellos elegido al azar practique deporte regularmente es igual a 0,3. Se elige al azar un habitante de la población.
a) Calcúlese la probabilidad de que practique deporte regularmente.
b) Si se sabe que dicho habitante practica deporte regularmente, ¿cuál es la probabilidad de que esté siguiendo una dieta de adelgazamiento?

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)
Se considera una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica $\sigma = 2$. Se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 25 y se obtiene una media muestral igual a 12.
a) Determínese un intervalo de confianza al 90% para estimar la media de la variable aleatoria.
b) Determínese el tamaño mínimo que ha de tener la muestra para que el valor absoluto de la diferencia entre la media de la población y la media muestral sea menor o igual que 0,1 con un nivel de confianza de al menos el 95%.

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

ATENCIÓN.– La calificación debe hacerse en múltiplos de 0,25 puntos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1.– Planteamiento correcto del sistema de ecuaciones: 1,5 puntos.– Resolución correcta del sistema de ecuaciones: 1,5 puntos.

Ejercicio 2.– a) 1 punto.– b) Cálculo correcto de los puntos de corte de la gráfica de f y la recta dada: 0,5 puntos.– Expresión correcta del área del recinto como una integral definida: 1 punto.– Cálculo correcto del valor del área: 0,5 puntos.

Ejercicio 3.– Cada apartado correctamente resuelto: 1 punto.

Ejercicio 4.– Planteamiento correcto: 1 punto.– Resolución correcta: 1 punto.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.– Cada apartado correctamente resuelto: 1 punto.

Ejercicio 2.– Cada apartado correctamente resuelto: 1 punto.

Ejercicio 3.– Cada apartado correctamente resuelto: 1 punto.

Ejercicio 4.– Cada apartado correctamente resuelto: 1 punto.

NOTA

La resolución de ejercicios por cualquier procedimiento correcto, diferente al propuesto por los coordinadores, ha de valorarse con los criterios convenientemente adaptados.